

Krzywe przejściowe dla kolei dużych prędkości

Władysław KOC¹

Streszczenie

W artykule podjęto kwestię uwarunkowań dotyczących stosowania krzywych przejściowych na kolejach dużych prędkości. Techniczne Specyfikacje dla Interoperacyjności (TSI), odnoszące się do podsystemu „Infrastruktura” systemu kolei w Unii Europejskiej, pozostawiają w tym zakresie dużą strefę dowolności (przekazując ostateczne rozstrzygnięcie danego problemu przepisom krajowym). Na podstawie obowiązujących przepisów unijnych i krajowych zaproponowano dopuszczalne wartości parametrów kinematycznych, jakie powinny odpowiadać projektowaniu krzywych przejściowych. Rozpatrzono cały szereg przypadków, wyznaczając minimalne wartości promieni łuków poziomych i długości krzywych przejściowych, w zależności od prędkości jazdy pociągów i przechyłki na łuku. Dokonano wyboru krzywych przejściowych, które – jak się wydaje – byłyby najbardziej reprezentatywne z punktu widzenia kolei dużych prędkości: klotoidy, krzywej Blossa i nowej krzywej z wyłagodzoną krzywizną w rejonie końcowym. Kierując się wcześniej ustalonymi zasadami, określono parametry testowych układów geometrycznych, stanowiących przedmiot analizy porównawczej. Analiza ta wykazała, że dla gładkich krzywych przejściowych (takich jak krzywa Blossa) występują problemy z kształtowaniem osi toru w rejonie początkowym; chodzi tu zarówno o rzędne poziome, jak również rzędne rampy przechyłkowej. Z tego powodu występowały wątpliwości dotyczące możliwości stosowania tych krzywych na kolejach tradycyjnych. Na kolejach dużych prędkości ograniczenia związane z kształtowaniem ich rejonu początkowego mogą ulec zwielokrotnieniu ze względu na przyjmowane znacznie większe promienie łuków poziomych i długości krzywych przejściowych. Dlatego też nie odpowiadają one warunkom występującym na tych kolejach. Warunki te spełnia niewątpliwie krzywa przejściowa w postaci klotoidy, jednak bardziej korzystną wydaje się zaproponowana nowa postać krzywej, która w swoim rejonie końcowym zapewnia łagodniejsze przejście na łuk kołowy.

Słowa kluczowe: koleje dużych prędkości, krzywe przejściowe, parametry kinematyczne, analiza porównawcza układów testowych, wybór najkorzystniejszego rozwiązania

1. Wstęp

Wiele publikacji dotyczących kolei dużych prędkości (ozn. KDP; ang. *high-speed railways*, HSR) ma charakter opisowy – dotyczy zagadnień ogólnych, przedstawiając sytuację występującą w różnych krajach oraz poruszając głównie wybrane względy ekonomiczne i społeczne. Oczywiście, występują również liczne pozycje poruszające zagadnienia techniczne, takie jak projektowanie linii kolejowych, np. [6, 7, 9, 15, 22, 24, 25] czy też rozjazdów kolejowych, np. [17, 23].

W Polsce, gdzie transport kolejowy od dawna odgrywa bardzo ważną rolę, nie utworzono jak dotąd funkcjonującego systemu kolei dużych prędkości. Stosowne prace zmierzające w tym kierunku były w swoim czasie bardzo zaawansowane, przy czym wiodącą rolę odgrywał Instytut Kolejnictwa w Warszawie; zapadły już nawet pewne decyzje rządowe. Skale pol-

skich osiągnięć dotyczących omawianej kwestii najlepiej ilustruje zbiorcze opracowanie [8]. Po kilkunastu latach problem na nowo odżywa, a koncepcja budowy kolei dużych prędkości zyskuje coraz więcej zwolenników. Łączy się ona z propozycją stworzenia Centralnego (lotniczego) Portu Komunikacyjnego w okolicach Łodzi.

W związku ze wstąpieniem w 2004 roku do Unii Europejskiej, w wielu dziedzinach rozpoczął się proces dostosowywania obowiązujących w Polsce przepisów do wymagań unijnych. Dotyczyło to również kolejnictwa, gdzie powstawały odpowiednie regulacje prawne w postaci Technicznych Specyfikacji dla Interoperacyjności (TSI) i trwało ich przenoszenie do polskich aktów normatywnych. Przykład takiego stanu rzeczy mogła stanowić opracowana w 2009 roku pierwsza wersja Standardów Technicznych [20], które bezpośrednio nawiązywały do Technicznej Specy-

¹ Prof. dr hab. inż.; Politechnika Gdańska, Katedra Inżynierii Transportowej; e-mail: kocwl@pg.edu.pl.

fikacji dla Interoperacyjności odnoszącej się do podsystemu „Infrastruktura” transeuropejskiego systemu kolei konwencjonalnych TSI CR INF [3] (mającej wówczas jeszcze status dokumentu roboczego, niezatwierdzonego decyzją Komisji Wspólnot Europejskich). Przyjęta nieco wcześniej Techniczna Specyfikacja dla Interoperacyjności odnosząca się do podsystemu „Infrastruktura” transeuropejskiego systemu kolei dużych prędkości TSI HS INF [2] mogła w Polsce dotyczyć jedynie linii zmodernizowanych, przystosowanych do prędkości 200 km/h (tj. zaliczanych do II kategorii linii HS). W 2014 roku ukazało się Rozporządzenie *Commission Regulation EU* [4], które objęło zagadnienia TSI odnoszące się do całości podsystemu „Infrastruktura” (czyli zarówno do kolei konwencjonalnych, jak i kolei dużych prędkości). Z dniem 1 stycznia 2015 roku przepisy [4] zastąpiły przepisy [2], które przez pewien czas miały jeszcze moc obowiązującą dla projektów realizowanych.

Jak się wydaje, warto sprawdzić, jaki wpływ wywarły nowe uwarunkowania na proces projektowania układów geometrycznych toru. Chodzi tutaj głównie o przyjmowane wartości dopuszczalne parametrów kinematycznych. W tym zakresie Techniczne Specyfikacje dla Interoperacyjności wprowadzają pewne, niekiedy dość istotne modyfikacje. Szczególną uwagę należałoby przy tym poświęcić tym kwestiom, które w TSI są traktowane w sposób ograniczony. Taka sytuacja ma miejsce w odniesieniu do krzywych przejściowych, dla których nowe przepisy projektowania pozostawiają dużą strefę dowolności. Niniejszy artykuł podejmuje właśnie kwestię uwarunkowań dotyczących krzywych przejściowych na kolejach dużych prędkości.

2. Wartości dopuszczalne parametrów kinematycznych

Dopuszczalne wartości parametrów kinematycznych stanowią podstawę projektowania układów geometrycznych toru dla założonej prędkości jazdy pociągów, tj. wyznaczania promieni łuków kołowych, wartości przechyłki na łuku oraz długości krzywych przejściowych (i ramp przechyłkowych). Wartości te są określone przepisami [4], które jednak nie obejmują wszystkich wymaganych parametrów. Dlatego przy projektowaniu krzywych przejściowych trzeba również wykorzystywać ustalenia zawarte w obowiązujących przepisach krajowych [21].

2.1. Przechyłka toru i niedobór przechyłki

W zaleceniach Rozporządzenia UE [4] przyjęto maksymalną wartość projektową przechyłki (ang. *design cant*) $D_0 = 180$ mm, zarówno dla toru na pod-

sypce, jak i dla nawierzchni bezpodsypankowej. W polskich Standardach Technicznych [21] wartości dopuszczalne przechyłki (zalecana i normalna) na torach szlakowych wynoszą 150 mm.

Ponadto, zarówno w przepisach [4], jak i [21] formalnie odchodzi się od operowania – powszechnie dotąd stosowanym – przyspieszeniem niezerównoważonym i wprowadza pojęcie „niedoboru przechyłki” (ang. *cant deficiency*). Jest to różnica (wyrażona w milimetrach) między zastosowaną przechyłką toru a przechyłką zrównoważoną dla pojazdu, przy konkretnej określonej prędkości jazdy. Stanowi to niewątpliwie ułkon względem historii kolejnictwa, może jednak być traktowane jako odejście od elementarnych praw fizyki, z których wynika, że przejazd z określoną prędkością po łuku z przechyłką generuje pewną wartość przyspieszenia w kierunku poprzecznym. Przyjęte nowe rozwiązanie można oczywiście zaakceptować ze względu na łatwość przeliczenia niedoboru przechyłki na przyspieszenie niezerównoważone (uwzględniając przy tym rozstaw toków szynowych). Obowiązuje następujący wzór:

$$a_m = \frac{g}{s} I \quad (1)$$

gdzie:

- a_m – przyspieszenie niezerównoważone na łuku kołowym w m/s^2 ,
- I – niedobór przechyłki w mm,
- s – rozstaw osiowy toków szynowych w mm,
- g – przyspieszenie ziemskie ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$).

Jeśli przedmiot naszego zainteresowania stanowią koleje dużych prędkości, czyli zasadniczo linie kolejowe dla prędkości $V > 250$ km/h, wówczas – przy eksploatacji taboru zgodnego z TSI „Lokomotywy i tabor pasażerski” [5] – według przepisów [4], normalna wartość graniczna I_{lim} w przedziale $250 < V \leq 300$ km/h wynosi 153 mm. Ponieważ na liniach HSR jest stosowana normalna szerokość toru (a zatem $s \approx 1500$ mm), odpowiada to dopuszczalnej wartości niezerównoważonego przyspieszenia $a_{dop} = 1,00 \text{ m/s}^2$. Dla $V > 300$ km/h wartość $I_{lim} = 100$ mm, co odpowiada $a_{dop} = 0,65 \text{ m/s}^2$.

W Standardach Technicznych [21], jako zalecaną wartość dopuszczalną podano $I_{dop} = 110$ mm (tj. $a_{dop} = 0,72 \text{ m/s}^2$), a jako normalną wartość dopuszczalną – $I_{dop} = 130$ mm (tj. $a_{dop} = 0,85 \text{ m/s}^2$).

2.2. Przyrost niezerównoważonego przyspieszenia

Zalecenia te [4] wprowadzają pojęcie „nagłej zmiany niedoboru przechyłki” (ang. *abrupt change of cant deficiency*), jednak jest ona niedozwolona dla prędkości powyżej 230 km/godz. Kwestia krzywych przej-

ściowych została tu całkowicie pominięta; zresztą analogiczne podejście miało miejsce w przepisach [2, 3]. W tej sytuacji – jak należy sądzić – rozstrzygnięcie danego problemu pozostawiono przepisom krajowym.

Opracowane w Polsce Standardy Techniczne [21] nawiązują bezpośrednio do przepisów [4]; podano w nich, że wartość naglej zmiany niedoboru przechyłki należy sprawdzać dla układów torowych, w których występuje skokowa zmiana krzywizny toru. Natomiast dopuszczalna wartość przyrostu niezerównoważonego przyspieszenia na krzywych przejściowych nie została w nich określona.

Należy zaznaczyć, że dopuszczalna prędkość przyrostu przyspieszenia przyjmuje w różnych krajach szeroki zakres wartości: $\psi_{dop} = 0,15\text{--}0,85 \text{ m/s}^3$ [1]. W tej sytuacji należy przyjąć, że w Polsce dalej obowiązuje Rozporządzenie [18], w którym podano dopuszczalną wartość przyrostu niezerównoważonego przyspieszenia na pojedynczych krzywych przejściowych (dla linii nowo budowanych i istniejących – przy utrzymaniu nawierzchni) $\psi_{dop} = 0,5 \text{ m/s}^3$.

2.3. Prędkość podnoszenia koła taboru na rampie przechyłkowej

W przepisach [4] kwestia prędkości podnoszenia koła taboru na rampie przechyłkowej dla kolei dużych prędkości nie występuje. Jak należy sądzić, rozstrzygnięcie tej kwestii pozostawiono przepisom krajowym. Natomiast w przepisach [3] dla kolei konwencjonalnych parametr ten został uwzględniony – wprowadzono pojęcie „szybkość zmiany przechyłki jako funkcja czasu” (ang. *rate of change of cant as a function of time*). Dla taboru niewyposażonego w system przechyłu nadwozia na wszystkich kategoriach linii ustalono wartość $\max dD/dt = 70 \text{ mm/s}$, wskazując na możliwość jej zwiększenia w określonych sytuacjach do wartości $\max dD/dt = 85 \text{ mm/s}$.

W Polsce, w Standardach Technicznych [21] pozostawiono pojęcie dD/dt z przepisów [3], jednak nie przyjęto ustaleń w nich przedstawionych. Wyróżniono następujące wartości dopuszczalne:

- zalecaną $dD/dt = 35 \text{ mm/s}$,
- normalną $dD/dt = 50 \text{ mm/s}$,
- dla ramp krzywoliniowych $dD/dt = 55 \text{ mm/s}$.

2.4. Przyjęcie wartości parametrów kinematycznych do projektowania krzywych przejściowych na KDP

Jak wynika z ustaleń dotyczących przechyłki i niedoboru przechyłki, warunki do zaprojektowania łuku kołowego (tj. określenia wartości promienia łuku i przechyłki) na KDP są jednoznacznie ustalone. Musi być spełniony warunek:

$$I = 11,8 \frac{V_{\max}^2}{R} - D_0 \leq I_{dop} \quad (2)$$

gdzie:

- D_0 – wartość przechyłki w mm,
- V – prędkość jazdy pociągu w km/h,
- R – promień łuku kołowego w m,
- I_{dop} – wartość dopuszczalna niedoboru przechyłki w mm.

W niniejszym artykule skupiono się na warunkach projektowania krzywych przejściowych. Dążono do tego, aby te krzywe nie były zbyt długie. W tym celu należało ograniczać wartości stosowanej przechyłki, co prowadziło do konieczności stosowania większych promieni łuków kołowych. Dlatego uznano, że najkorzystniej będzie przyjmować graniczną wartość niedoboru przechyłki $I_{lim} = 100 \text{ mm}$. W przepisach [4], obowiązuje ona dla prędkości $V > 300 \text{ km/h}$; podana tam $I_{lim} = 153 \text{ mm}$ dla $250 < V \leq 300 \text{ km/h}$ wydaje się być wartością zawyżoną.

Dopuszczalna wartość prędkości przyrostu przyspieszenia jest jednym z parametrów wyznaczających długość krzywej przejściowej. Dla dużych promieni łuków kołowych odgrywa on jednak rolę drugorzędną; przepisy [2–4, 21] nie uwzględniają tego parametru. W przeprowadzonych obliczeniach przyjęto zatem wartość $\psi_{dop} = 0,5 \text{ m/s}^3$, podaną w polskim Rozporządzeniu [18].

Dopuszczalna wartość prędkości podnoszenia koła taboru na rampie przechyłkowej, którą określono w przepisach [4] jako szybkość zmiany przechyłki w funkcji czasu, stanowi najczęściej podstawowy parametr wyznaczający długość krzywej przejściowej (i rampy przechyłkowej). W przepisach [4] ustalono wartość $(dD/dt)_{dop} = 70 \text{ mm/s}$, która znacznie odbiega (w górę) od wartości dotąd stosowanych. Na potrzeby artykułu postanowiono tę wartość nieco zredukować, aby zwiększyć komfort jazdy; przyjęto rekomendowaną w polskich Standardach Technicznych [21] – jako wartość dopuszczalną normalną – $(dD/dt)_{dop} = 50 \text{ mm/s}$. Założono, że obowiązuje ona również dla krzywoliniowych ramp przechyłkowych.

3. Minimalne wartości promieni łuków poziomych i długości krzywych przejściowych

Dla danej prędkości jazdy, minimalne promienie łuków poziomych i długości krzywych przejściowych wynikają z przyjętej wartości przechyłki na łuku. W przeprowadzonej analizie znalazły zastosowanie dopuszczalne wartości parametrów kinematycznych przyjęte w niniejszym artykule. Rozpatrzono

no wiele przypadków, dla różnych prędkości z przedziału 250–350 km/h i przechyłki zmieniającej się od 60 mm do 180 mm.

Minimalny promień łuku poziomego można wyznaczyć z warunku (2). Przyjmując $I_{lim} = 100$ mm, uzyskano wykresy pokazane na rysunku 1.

Jak widać, wartości R_{min} wzrastają wraz ze wzrostem prędkości V i maleją wraz ze wzrostem przechyłki D_0 (co jest zresztą oczywiste). Przykładowo, dla $V = 250$ km/h i $D_0 = 60$ mm otrzymuje się $R_{min} = 4650$ m, a dla $D_0 = 180$ mm jest to $R_{min} = 2650$ m. Natomiast dla $V = 350$ km/h mamy: przy $D_0 = 60$ mm – $R_{min} = 9100$ m, przy $D_0 = 180$ mm – $R_{min} = 5200$ m. W praktyce projektowej są najczęściej przyjmowane pośrednie wartości przechyłki, a stosowane promienie łuków poziomych są zwykle większe niż wartości R_{min} uzyskane z obliczeń.

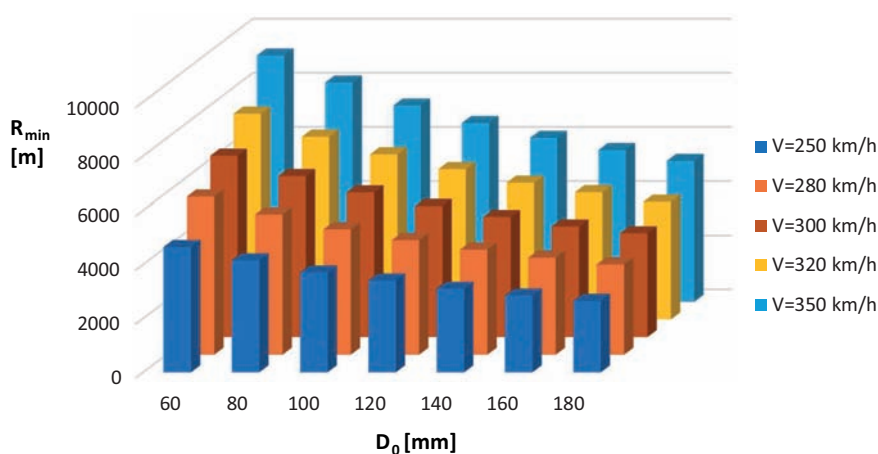
Z punktu widzenia tematyki niniejszego artykułu, szczególnie istotne będzie określenie minimalnych długości krzywych przejściowych. Formalnie, długości te wynikają z warunków nieprzekroczenia dopuszczalnych wartości przyrostu niezrównoważonego przyspieszenia ψ_{dop} i szybkości zmiany przechyłki $(dD/dt)_{dop}$. Jednak, jak wynika z praktyki oblicze-

niowej, istotne znaczenie ma tylko ten drugi warunek, związany z prędkością podnoszenia koła taboru na rampie przechyłkowej. Tak więc, podobnie jak przy wyznaczaniu R_{min} , decydującą rolę odgrywa tutaj przechyłka na łuku D_0 .

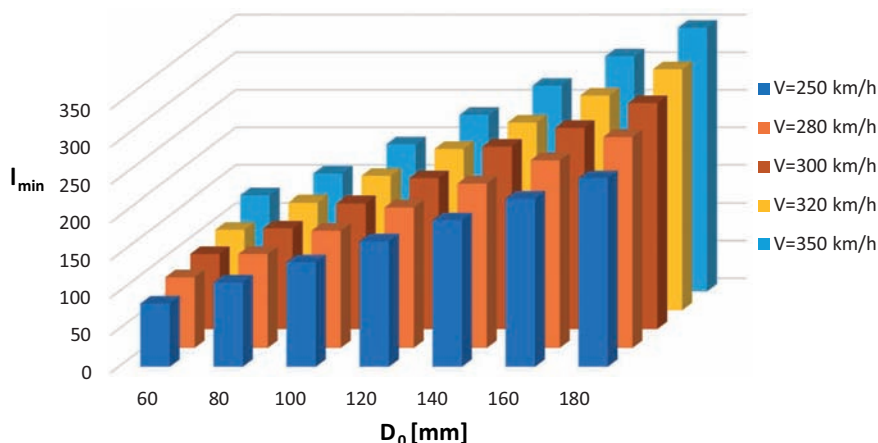
W budownictwie komunikacyjnym najbardziej rozpowszechnioną postacią krzywej przejściowej jest kłotoida (na konwencjonalnych liniach kolejowych wciąż jeszcze stosowana jest parabola trzeciego stopnia, stanowiąca uproszczenie kłotoidy; przy obecnych możliwościach obliczeniowych nie ma to już żadnego uzasadnienia). Wykres krzywizny na długości kłotoidy ma charakter liniowy, prostoliniowa jest również rampa przechyłkowa (jeśli takowa występuje). Minimalna długość krzywej przejściowej wynika z następującego wzoru:

$$l_{min} = \frac{D_0 V}{3,6 \left(\frac{dD}{dt} \right)_{dop}} \quad (3)$$

Wykresy pokazane na rysunku 2 zostały uzyskane dla krzywej przejściowej w postaci kłotoidy przy $(dD/dt)_{dop} = 50$ mm/s.



Rys. 1. Wykresy minimalnego promienia łuku poziomego R_{min} w zależności od prędkości jazdy pociągów V i przechyłki na łuku D_0 [opracowanie własne]



Rys. 2. Wykresy minimalnej długości krzywej przejściowej l_{min} w zależności od prędkości jazdy pociągów V i przechyłki na łuku D_0 [opracowanie własne]

Jak widać, wartości $l_{\min}$ wzrastają wraz ze wzrostem prędkości V i przechyłki l . Przykładowo, dla $V = 250$ km/h i $D_0 = 60$ mm otrzymuje się $l_{\min} = 70$ m, a dla $D_0 = 180$ mm – $l_{\min} = 250$ m. Natomiast dla $V = 350$ km/h jest to: przy $D_0 = 60$ mm – $l_{\min} = 117$ m, przy $D_0 = 180$ mm – $l_{\min} = 350$ m. Pokazany zakres minimalnych długości krzywych przejściowych jest więc bardzo szeroki. W praktyce projektowej są najczęściej przyjmowane wartości znacznie większe od minimalnych. Górne ograniczenie wiąże się z problemami praktyki wykonawczej – kształtowaniem wysokościowym rampy przechyłkowej, zwłaszcza w jej rejonie początkowym. Stanowić to będzie przedmiot rozważań w dalszej części artykułu.

4. Zastosowane krzywe przejściowe

W prowadzonej analizie należało najpierw wybrać postacie krzywych przejściowych, które byłyby najbardziej reprezentatywne dla kolei dużych prędkości. Podstawę identyfikacji krzywych przejściowych stanowi rozkład krzywizny κ na ich długości l [11, 16]. Rozkład ten wynika z warunków brzegowych nałożonych na krzywiznę w rejonach początkowym i końcowym. Z odpowiedniego równania różniczkowego jest wyznaczana funkcja $\kappa(l)$.

Realizacja krzywych przejściowych w terenie wymaga wyznaczenia ich współrzędnych w układzie kartezjańskim x, y . W tym celu należy określić funkcję nachylenia stycznej do osi x (przy założeniu, że w punkcie początkowym jest ona równa zeru).

$$\Theta(l) = \int \kappa(l) dl \quad (4)$$

Krzywą przejściową opisują następujące równania parametryczne:

$$x(l) = \int \cos \Theta(l) dl \quad (5)$$

$$y(l) = \int \sin \Theta(l) dl \quad (6)$$

przy czym – w ogólnym ujęciu – wymaga to rozwinięcia funkcji podcałkowych w szereg Taylora [14] (w przypadku krzywych przejściowych szereg Taylora przechodzi najczęściej w szereg Maclaurina).

Na drogach kolejowych wciąż jeszcze stosuje się uproszczony sposób wyznaczania równania krzywej przejściowej, prowadzący do uzyskania tego równania w postaci funkcji jawnej $y(x)$. Uproszczenie procedury polega na założeniu, że zamodelowana krzywizna $\kappa(l)$ odnosi się do swego rzutu na oś x , czyli że $l = x$. W wyniku takich założeń otrzymujemy wyjściowe równanie krzywizny $\kappa_0(x)$. Wyznaczenie w sposób ścisły funkcji $y(x)$ jest jednak na drodze analitycznej

niemożliwe, gdyż wymagałoby rozwiązania równania różniczkowego:

$$\kappa_0(x) = \frac{y''(x)}{\left(\sqrt{1 + [y'(x)]^2}\right)^3} \quad (7)$$

Dlatego uznaje się $\kappa_0(x)$ jako równanie drugiej pochodnej szukanej funkcji $y(x)$:

$$y''(x) \approx \kappa_0(x) \quad (8)$$

Równanie to jest następnie dwukrotnie całkowane; uzyskuje się $y'(x)$ i $y(x)$, przy uwzględnieniu warunków: $y(0) = 0$ i $y'(0) = 0$.

Taki właśnie tok postępowania zawierają m.in. Standardy Techniczne [21]. Stosowanie przedstawionych uproszczeń nie wydaje się jednak uzasadnione, dlatego przy dobieraniu krzywych przejściowych do analizy przeprowadzonej w niniejszej pracy przyjęto rozwiązanie prawidłowe (tj. w postaci równań parametrycznych). Rozpatrzono trzy przypadki modelowania warunków brzegowych:

- przypadek zapewniający ciągłość wykresu krzywizny (dotyczący klotoidy),
- przypadek wyłączenia wykresu krzywizny w rejonach początkowym i końcowym (dotyczący krzywej Blossa),
- przypadek wyłączenia wykresu krzywizny tylko w rejonie końcowym (dotyczący zaproponowanej nowej postaci krzywej).

4.1. Klotoida

Krzywizna klotoidy [11] musi spełniać dwa podstawowe (tj. zapewniające ciągłość) warunki brzegowe dla punktu początkowego (tj. $l = 0$) i punktu końcowego (tj. $l = l_k$):

$$\begin{cases} \kappa(0^+) = 0 \\ \kappa(l_k^-) = \frac{1}{R} \end{cases} \quad (9)$$

i równanie różniczkowe

$$\kappa''(l) = 0 \quad (10)$$

Rozwiązanie problemu różniczkowego (9), (10) jest następujące:

$$\kappa(l) = \frac{1}{R \cdot l_k} l \quad (11)$$

czyli jest to przypadek liniowej zmiany krzywizny.

Z wyrażenia (11), na drodze całkowania, można wyznaczyć równanie kąta $\Theta(l)$.

$$\Theta(l) = \frac{1}{2 \cdot R \cdot l_k} l^2 \quad (12)$$

i jego wartość końcową

$$\Theta(l_k) = \frac{l_k}{2 \cdot R} \quad (13)$$

Rozwinięcia funkcji $\cos\Theta(l)$ i $\sin\Theta(l)$ w szereg Maclaurina są następujące:

$$\cos\Theta(l) = 1 - \frac{l^4}{8 \cdot R^2 \cdot l_k^2} + \frac{l^8}{384 \cdot R^4 \cdot l_k^4} - \frac{l^{12}}{46.080 \cdot R^6 \cdot l_k^6} + \frac{l^{16}}{10.321.920 \cdot R^8 \cdot l_k^8} - \dots$$

$$\sin\Theta(l) = \frac{l^2}{2 \cdot R \cdot l_k} - \frac{l^6}{48 \cdot R^3 \cdot l_k^3} + \frac{l^{10}}{3.840 \cdot R^5 \cdot l_k^5} - \frac{l^{14}}{645.120 \cdot R^7 \cdot l_k^7} + \frac{l^{18}}{185.794.560 \cdot R^9 \cdot l_k^9} - \dots$$

Na podstawie wzorów (5) i (6) można wyznaczyć równania parametryczne $x(l)$ i $y(l)$. Jednak – jak się okazuje – dla kolei dużych prędkości, na których występują bardzo duże promienie łuków poziomych i długości krzywych przejściowych, równania te można znacznie uprościć, eliminując większość wyrazów szeregu. W praktyce obliczeniowej równania kłotojdy na KDP przyjmują postać:

$$x(l) = l - \frac{l^5}{40 \cdot R^2 \cdot l_k^2} \quad (14)$$

$$y(l) = \frac{l^3}{6 \cdot R \cdot l_k} \quad (15)$$

4.2. Krzywa Blossa

Krzywizna krzywej Blossa [11] spełnia dodatkowo warunki prowadzące do wyłagodzenia wykresu krzywizny w rejonach początkowym i końcowym:

$$\begin{cases} \kappa(0^+) = \kappa'(0^+) = 0 \\ \kappa(l_k^-) = \frac{1}{R} \\ \kappa'(l_k^-) = 0 \end{cases} \quad (16)$$

Obowiązuje dla niej równanie różniczkowe:

$$\kappa^{(4)}(l) = 0 \quad (17)$$

Po rozwiązaniu problemu (16), (17) otrzymuje się równanie krzywizny:

$$\kappa(l) = \frac{3}{R \cdot l_k^2} l^2 - \frac{2}{R \cdot l_k^3} l^3 \quad (18)$$

Pojawia się tutaj klasyczny (symetryczny) przypadek nieliniowej zmiany krzywizny. Z wyrażenia (18) wynika równanie kąta $\Theta(l)$:

$$\Theta(l) = \frac{1}{R \cdot l_k^2} l^3 - \frac{1}{2 \cdot R \cdot l_k^3} l^4 \quad (19)$$

Jak się okazuje, jego wartość końcowa jest opisana wzorem (13).

Rozwinięcia funkcji $\cos\Theta(l)$ i $\sin\Theta(l)$ w szereg Maclaurina są następujące:

$$\cos\Theta(l) = 1 - \frac{l^6}{2 \cdot R^2 \cdot l_k^4} + \frac{l^7}{2 \cdot R^2 \cdot l_k^5} - \frac{l^8}{8 \cdot R^2 \cdot l_k^6} + \frac{l^{12}}{24 \cdot R^4 \cdot l_k^8} - \frac{l^{13}}{12 \cdot R^4 \cdot l_k^9} + \dots$$

$$\sin\Theta(l) = \frac{l^3}{R \cdot l_k^2} - \frac{l^4}{2 \cdot R \cdot l_k^3} - \frac{l^9}{6 \cdot R^3 \cdot l_k^6} + \frac{l^{10}}{4 \cdot R^3 \cdot l_k^7} - \frac{l^{11}}{8 \cdot R^3 \cdot l_k^8} + \frac{l^{12}}{48 \cdot R^3 \cdot l_k^9} + \dots$$

Po scałkowaniu (i wyeliminowaniu nieistotnych wyrazów ciągu) otrzymuje się równania parametryczne krzywej Blossa, dostosowane do praktyki obliczeniowej na kolejach dużych prędkości:

$$x(l) = l - \frac{l^7}{14 \cdot R^2 \cdot l_k^4} + \frac{l^8}{16 \cdot R^2 \cdot l_k^5} - \frac{l^9}{72 \cdot R^2 \cdot l_k^6} \quad (20)$$

$$y(l) = \frac{l^4}{4 \cdot R \cdot l_k^2} - \frac{l^5}{10 \cdot R \cdot l_k^3} - \frac{l^{10}}{60 \cdot R^3 \cdot l_k^6} + \frac{l^{11}}{44 \cdot R^3 \cdot l_k^7} - \frac{l^{12}}{96 \cdot R^3 \cdot l_k^8} \quad (21)$$

4.3. Nowa krzywa przejściowa

Kierując się względami praktyki wykonawczej, autor niniejszej pracy przedstawił propozycję krzywej przejściowej, która – w odróżnieniu od krzywej Blossa – ma wyłagodzoną krzywiznę tylko w rejonie końcowym, Krzywa ta spełnia następujące warunki brzegowe [12]:

$$\begin{cases} \kappa(0^+) = 0 & \kappa(l_k^-) = \frac{1}{R} \\ \kappa'(0^+) = \frac{1}{R \cdot l_k} & \kappa'(l_k^-) = 0 \end{cases} \quad (22)$$

i równanie różniczkowe (17). Po rozwiązaniu problemu (17), (22) otrzymuje się równanie krzywizny:

$$\kappa(l) = \frac{1}{R \cdot l_k} l + \frac{1}{R \cdot l_k^2} l^2 - \frac{1}{R \cdot l_k^3} l^3 \quad (23)$$

Z warunku (4) można wyznaczyć równanie kąta $\Theta(l)$:

$$\Theta(l) = \frac{1}{2 \cdot R \cdot l_k} l^2 + \frac{1}{3 \cdot R \cdot l_k^2} l^3 - \frac{1}{4 \cdot R \cdot l_k^3} l^4 \quad (24)$$

i jego wartość końcową:

$$\Theta(l_k) = \frac{7}{12 \cdot R} l_k \quad (25)$$

Rozwinięcia funkcji $\cos\Theta(l)$ i $\sin\Theta(l)$ w szereg Maclaurina są następujące:

$$\begin{aligned} \cos\Theta(l) = 1 - & \frac{l^4}{8 \cdot R^2 \cdot l_k^2} - \frac{l^5}{6 \cdot R^2 \cdot l_k^3} + \frac{5 \cdot l^6}{72 \cdot R^2 \cdot l_k^4} + \\ & + \frac{l^7}{12 \cdot R^2 \cdot l_k^5} + \frac{l^8}{384 \cdot R^4 \cdot l_k^4} - \frac{l^8}{32 \cdot R^2 \cdot l_k^6} - \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin\Theta(l) = & \frac{l^2}{2 \cdot R \cdot l_k} + \frac{l^3}{3 \cdot R \cdot l_k^2} - \frac{l^4}{4 \cdot R \cdot l_k^3} - \\ & + \frac{l^6}{48 \cdot R^3 \cdot l_k^3} - \frac{l^7}{24 \cdot R^3 \cdot l_k^4} + \frac{l^8}{288 \cdot R^3 \cdot l_k^5} - \dots \end{aligned}$$

Po scałkowaniu otrzymuje się równania parametryczne nowej krzywej przejściowej, dostosowane do praktyki obliczeniowej na kolejach dużych prędkości:

$$\begin{aligned} x(l) = l - & \frac{l^5}{40 \cdot R^2 \cdot l_k^2} - \frac{l^6}{36 \cdot R^2 \cdot l_k^3} + \frac{5 \cdot l^7}{504 \cdot R^2 \cdot l_k^4} + \\ & + \frac{l^8}{96 \cdot R^2 \cdot l_k^5} + \frac{l^9}{3.456 \cdot R^4 \cdot l_k^4} - \frac{l^9}{288 \cdot R^2 \cdot l_k^6} \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} y(l) = & \frac{l^3}{6 \cdot R \cdot l_k} + \frac{l^4}{12 \cdot R \cdot l_k^2} - \frac{l^5}{20 \cdot R \cdot l_k^3} - \\ & + \frac{l^7}{336 \cdot R^3 \cdot l_k^3} - \frac{l^8}{192 \cdot R^3 \cdot l_k^4} \end{aligned} \quad (27)$$

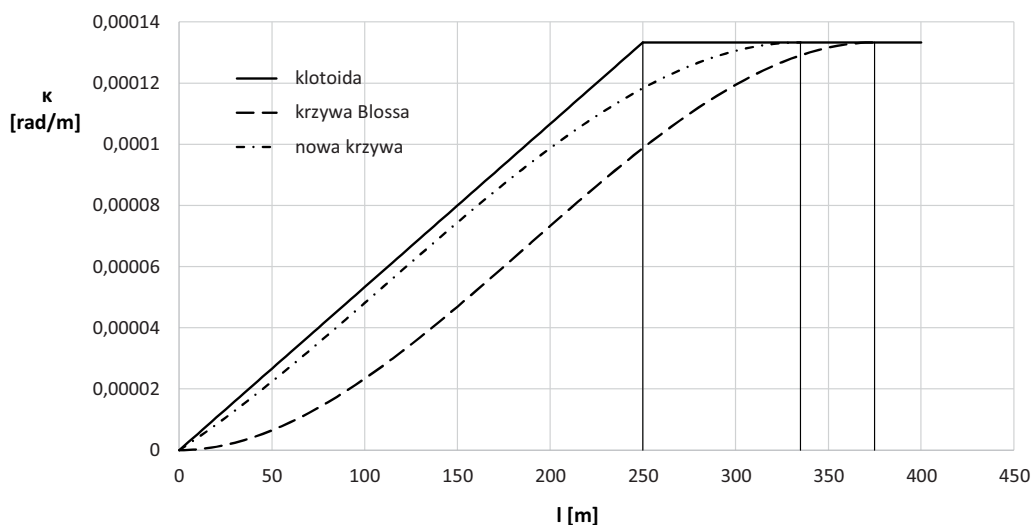
5. Testowe układy geometryczne

5.1. Określenie parametrów układów testowych

Kierując się zasadami przedstawionymi w punktach 2 i 3, określono parametry testowych układów geometrycznych, stanowiących przedmiot analizy porównawczej. Przyjęto, że będą to układy symetryczne, charakteryzujące się jednakową długością obydwu krzywych przejściowych. Założono prędkość pociągów $V = 350$ km/h i wartość przechyłki na łuku $D_0 = 120$ mm, uzyskując promień $R_{\min} = 6600$ m. Odpowiadająca minimalna długość krzywej przejściowej w postaci kłotoidy wynosi $l_{\min} = 234$ m. Dla układu testowego przyjęto wartość promienia $R = 7500$ m i długość kłotoidy $l_k = 250$ m. Określono również kąt zwrotu trasy, przyjmując $\alpha = \pi/3$ rad. Aby można było porównywać ze sobą poszczególne układy geometryczne, zastosowanie dwóch pozostałych rodzajów krzywych przejściowych wymaga odpowiedniego zwiększenia ich długości. Wynika to z konieczności zachowania dopuszczalnych wartości parametrów kinematycznych. Ponieważ relacja długości krzywej Blossa względem długości kłotoidy wynosi 1,5 [11], w układzie testowym należy dla niej przyjąć $l_k = 375$ m. Natomiast długość nowej krzywej musi być większa od kłotoidy o 1/3 [12], dlatego przyjęto dla niej $l_k = 335$ m.

5.2. Wykresy krzywizny na długości krzywych przejściowych

Rozpatrywane testowe układy geometryczne różnią się między sobą rodzajem zastosowanych krzywych przejściowych. Odpowiednie wykresy krzywizny na długości tych krzywych przedstawiono na rysunku 3.



Rys. 3. Wykresy krzywizny na długości zastosowanych krzywych przejściowych [opracowanie własne]

Jak widać, w rejonie początkowym wykresy krzywizny dla kłotoidy i nowej krzywej przejściowej są do siebie zbliżone. Wyraźna różnica ujawnia się natomiast w rejonie końcowym, gdzie nowa krzywa zapewnia łagodne wejście w łuk kołowy. Krzywą Blossa charakteryzuje wyłagodzenie krzywizny zarówno w rejonie początkowym, jak i końcowym. Należy jeszcze dodać, że przeprowadzona w pracy [10] analiza dynamiczna potwierdziła, że nowa krzywa przejściowa jest w rejonie początkowym nieco korzystniejsza od kłotoidy, natomiast w rejonie końcowym ma nad nią zdecydowaną przewagę (która wynika z warunków brzegowych przyjmowanych przy wyznaczaniu równania krzywizny). W rejonie końcowym wykazano zresztą wyższość nowej krzywej również nad krzywą Blossa.

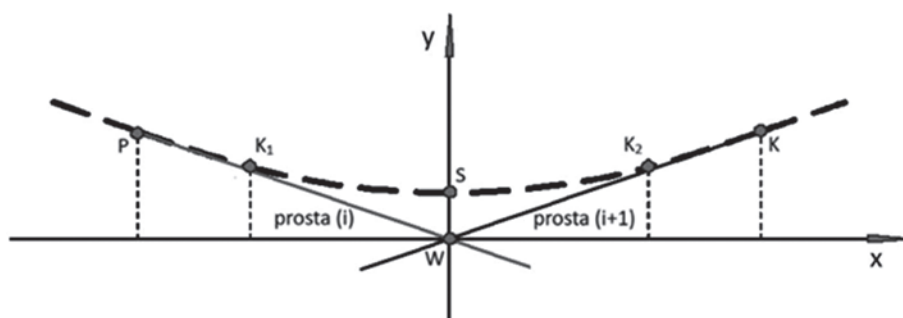
5.3. Odcinki testowe w kartezjańskim układzie współrzędnych

Projektowanie układu geometrycznego torów polega na wyznaczeniu jego współrzędnych kartezjańskich w państwowym systemie odniesień przestrzennych. W Polsce – w odniesieniu do współrzędnych

płaskich – jest to układ PL-2000 [19]. W analitycznej metodzie projektowania [13] stosowane są obliczenia prowadzone w lokalnym układzie współrzędnych x, y . Początek tego układu jest zlokalizowany w punkcie przecięcia sąsiednich kierunków głównych trasy (ozn. W). Aby uzyskać symetryczne ustawienie kierunków głównych, należy dokonać odpowiedniej transformacji (przesunięcia i obrotu) układu PL-2000. Przesunięcie początku tego układu następuje do punktu W , natomiast obrót odbywa się względem tegoż punktu o kąt β , aż do osiągnięcia symetrycznego ustawienia prostej i oraz prostej $i+1$ (rys. 4).

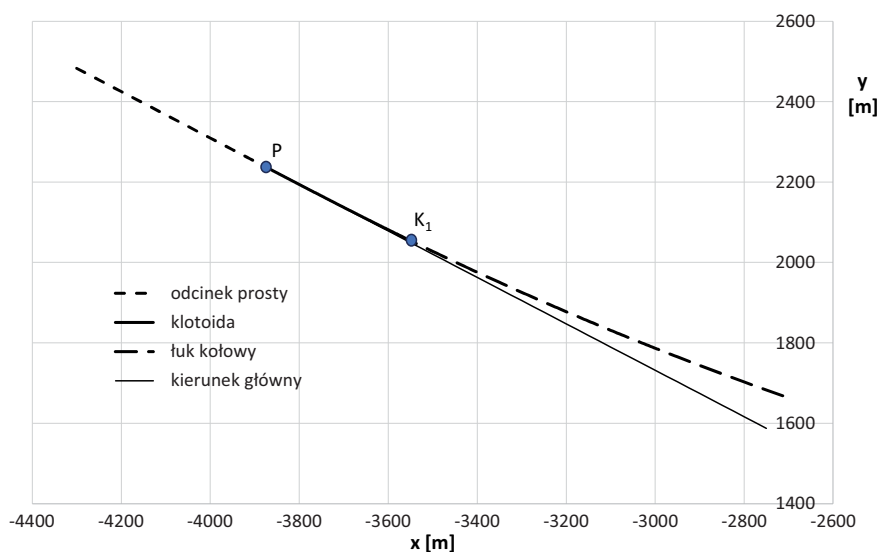
Na rysunku 4 przyjęto następujące oznaczenia: W – punkt przecięcia kierunków głównych, początek lokalnego układu współrzędnych, P – początek projektowanego układu, K_1 – koniec pierwszej krzywej przejściowej, S – środek łuku poziomego, K_2 – koniec drugiej krzywej przejściowej, K – koniec projektowanego układu.

Stosując metodykę projektowania opisaną w pracy [13] uzyskano trzy układy testowe dla poszczególnych rodzajów zastosowanych krzywych przejściowych. Na rysunku 5 pokazano fragment rejonu połączenia odcinka prostego z lewej strony trasy z łukiem



Rys. 4. Ideowy symetryczny układ geometryczny w lokalnym układzie współrzędnych [opracowanie własne]

Rys. 5. Fragment układu testowego w rejonie połączenia prostej z łukiem poziomym za pomocą krzywej przejściowej w postaci klotoidy [opracowanie własne]



Tablica 1

Zestawienie współrzędnych kartezjańskich dla rozpatrywanych układów testowych

Krzywa przejściowa	Odcięta x_p [m]	Rzędna y_p [m]	Odcięta x_{K1} [m]	Rzędna y_{K1} [m]	Odcięta x_s [m]	Rzędna y_s [m]
Klotoida	-3858,426	2227,663	-3641,231	2103,869	0	1160,655
Krzywa Blossa	-3912,613	2258,948	-3586,465	2073,894	0	1160,795
Nowa krzywa	-3871,104	2234,983	-3579,511	2070,087	0	1160,770

[Opracowanie własne].

poziomym za pomocą krzywej przejściowej w postaci klotoidy. Dla pozostałych krzywych uzyskano układy geometryczne, które wizualnie – w przyjętej skali wykresów – różniły się w zasadzie tylko usytuowaniem punktów P i K_1 . Zestawienie odpowiednich wartości liczbowych dla połowy układu testowego zawiera tablica 1 (druga połowa układu jest symetryczna).

Na szczególną uwagę zasługują wartości rzędnych w punkcie centralnym łuku poziomego. Są one bardzo do siebie zbliżone i nie jest to przypadek. Jak się okazuje, w przedziale $\langle -3579,511; 3579,511 \rangle$ m, obejmującym łuki poziome we wszystkich układach testowych, łuk kołowy układu z krzywą Blossa jest przesunięty w górę (tj. do swego środka) względem układu z klotoidą zaledwie o 140 mm. Natomiast łuk układu z nową krzywą przejściową jest przesunięty względem układu z klotoidą (również w górę) o 115 mm. Tak więc, rozpatrywane układy testowe na całej swojej długości prawie się pokrywają.

Warto jednak rozpatrzyć jeszcze jedną kwestię, a mianowicie kształtowanie się rzędnych poziomych w rejonie początkowym poszczególnych krzywych przejściowych. Zostało to pokazane w tablicy 2 dla odcinka początkowych 50 m, przy czym jako odniesienie traktowano odpowiedni kierunek główny trasy

(tj. styczną do krzywej przejściowej w jej punkcie początkowym). Wartości rzędnych zostały podane z dokładnością do 0,001 mm, co oczywiście nie odpowiada wymogom praktyki wykonawczej, jednak było istotne z punktu widzenia prowadzonej analizy porównawczej. Odpowiednie wykresy zamieszczono na rysunku 6.

Jak widać, we wszystkich rozpatrywanych przypadkach rzędne krzywej przejściowej w rejonie początkowym są bardzo małe. Trudno powiedzieć, czy istniejące możliwości wykonawcze (czyli uzyskiwana aktualnie dokładność) pozwolą uwydatnić odpowiednie ukształtowanie poziome danej krzywej. O ile jednak w przypadku klotoidy i nowej krzywej istnieje na to szansa, to w przypadku krzywej Blossa nie wydaje się to możliwe. Po pierwszych 30 m rzędna pozioma wynosi tam 0,2 mm, a po 50 m niespełna 1,5 mm. Takiego układu geometrycznego nie uda się uformować w warunkach terenowych; w praktyce będzie to oznaczało znaczne skrócenie zastosowanej krzywej przejściowej.

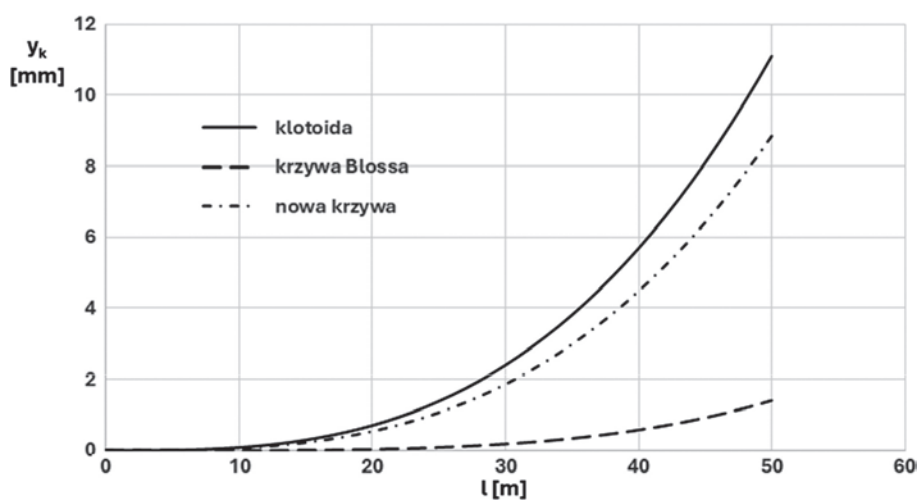
Ostatnia uwaga odnosi się również do innych gładkich krzywych przejściowych (jak np. cosinusoidea i sinusoida). A to właśnie te krzywe, o łagodnych wykresach krzywizny w swoich rejonach skrajnych, są najkorzystniejsze z teoretycznego punktu widzenia

Tablica 2

Rzędne krzywej przejściowej w rejonie początkowym (w odniesieniu do kierunku głównego trasy)

Współrzędna l [m]	Kłotoida y_k [mm]	Krzywa Blossa y_k [mm]	Nowa krzywa y_k [mm]
0	0,000	0,000	0,000
2	0,000	0,000	0,001
4	0,002	0,000	0,004
6	0,019	0,000	0,014
8	0,046	0,001	0,034
10	0,089	0,002	0,067
12	0,154	0,005	0,117
14	0,244	0,009	0,186
16	0,364	0,015	0,278
18	0,518	0,024	0,397
20	0,711	0,037	0,546
22	0,946	0,054	0,729
24	1,229	0,077	0,948
26	1,562	0,105	1,209
28	1,951	0,141	1,514
30	2,400	0,186	1,867
32	2,913	0,240	2,272
34	3,494	0,305	2,731
36	4,147	0,383	3,250
38	4,878	0,474	3,832
40	5,689	0,581	4,481
42	6,586	0,705	5,200
44	7,572	0,847	5,993
46	8,652	1,009	6,864
48	9,830	1,194	7,817
50	11,111	1,402	8,855

[Opracowanie własne].



Rys. 6. Wykresy rzędnych krzywej przejściowej w rejonie początkowym w odniesieniu do kierunku głównego trasy [opracowanie własne]

(tj. występujących oddziaływań dynamicznych) [10]. Jednak – jak się okazuje – praktyka wykonawcza eksponuje inne aspekty poruszanego problemu. Wątpliwości dotyczące skutecznej możliwości stosowania gładkich krzywych przejściowych na kolejach tradycyjnych występowały m.in. w pracy [12] i stanowiły podstawę opracowania nowej postaci krzywej. Na kolejach dużych prędkości ograniczenia te mogą ulec zwielokrotnieniu ze względu na przyjmowane znacznie większe promienie łuków poziomych i długości krzywych przejściowych.

Dokonując wyboru najkorzystniejszej postaci krzywej przejściowej, pozostają do rozważenia dwie pozostałe postaci krzywych, w których punkcie początkowym krzywizna nie została wyłagodzona. W pracy [10] wykazano, że z punktu widzenia oddziaływań dynamicznych zaproponowana nowa postać krzywej jest znacznie korzystniejsza niż klotoida. Należało jeszcze sprawdzić kwestie związane z możliwościami efektywnego kształtowania ramp przechyłkowych.

6. Kształtowanie ramp przechyłkowych

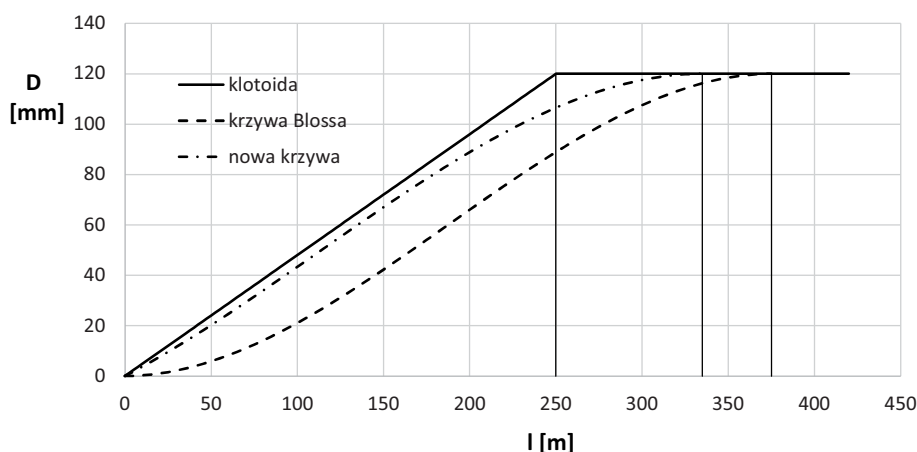
Rampa przechyłkowa służy równoważeniu przyspieszeń poprzecznych na długości krzywej przejściowej. Ponieważ przyspieszenia te wynikają z występującej krzywizny osi toru, zmiana wartości przechyłki na długości rampy przechyłkowej musi odpowiadać zmianie krzywizny. Wynika stąd konieczność utrzymania proporcjonalności pomiędzy rzędnymi rampy i odpowiadającymi wartościami krzywizny. Na rysunku 7 pokazano wykresy rzędnych rampy przechyłkowej na długości zastosowanych krzywych przejściowych.

Jak widać, kształt wykresów na rysunku 7 w pełni odpowiada wykresom krzywizny na rysunku 3. Po-

nadto, w przypadku krzywej Blossa – podobnie jak rzędne tej krzywej na rysunku 6 – wartości rzędnych rampy przechyłkowej w rejonie początkowym są bardzo małe, z praktycznego punktu widzenia wręcz niemożliwe do realizacji i późniejszego utrzymania. Zostało to pokazane liczbowo w tablicy 3 oraz w sposób graficzny na rysunku 8 dla odcinka początkowych 50 m. Podobnie jak rzędne poziome w tablicy 2, wartości rzędnych w tablicy 3 zostały podane z dokładnością do 0,001 mm, co było istotne z punktu widzenia prowadzonej analizy porównawczej.

Jak się okazuje, rzędna rampy przechyłkowej na krzywej Blossa wynosi niespełna 0,1 mm dla $l = 5$ m, 0,25 mm dla $l = 10$ m, 0,56 mm dla $l = 15$ m i 1 mm dla $l = 20$ m. Tego w żaden sposób nie da się uzyskać w warunkach rzeczywistej eksploatacji i rampa po prostu ulegnie skróceniu. Zupełnie inaczej ma się sprawa z rampą przechyłkową na nowej krzywej. Rzędne rampy stanowią dla niej 75–80% odpowiednich rzędnych dla klotoidy i procent ten wzrasta w tym rejonie wraz z długością krzywej.

Z powyższego nasuwa się oczywisty wniosek: krzywa Blossa, podobnie jak inne gładkie krzywe przejściowe (z wyłagodzoną krzywizną w rejonie początkowym), nie odpowiada warunkom występującym na kolejach dużych prędkości, ze względu na trudności w jej prawidłowym ukształtowaniu w rejonie początkowym; dotyczy to zarówno płaszczyzny poziomej, jak i rampy przechyłkowej. Warunki te spełnia niewątpliwie krzywa przejściowa w postaci klotoidy. Jednak warto się zastanowić, czy korzystniejszym rozwiązaniem nie byłoby zastosowanie krzywej przejściowej opisanej równaniami parametrycznymi (26) i (27), która zapewni łagodniejsze przejście na łuk poziomy zarówno z punktu widzenia występującej krzywizny, jak i kształtu rampy przechyłkowej.



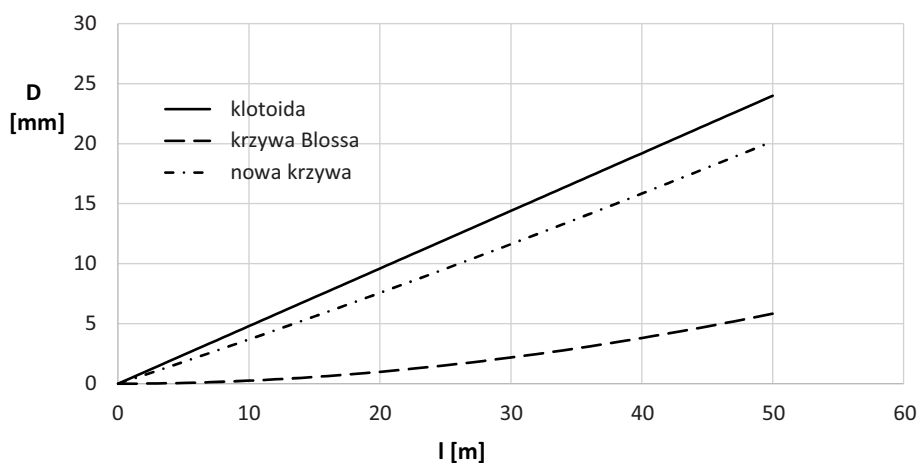
Rys. 7. Wykresy rzędnych rampy przechyłkowej na długości zastosowanych krzywych przejściowych [opracowanie własne]

Tablica 3

Rzędne ramy przechyłkowej w rejonie początkowym rozpatrywanych układów testowych

Współrzędna l [m]	Klotoida D [mm]	Krzywa Blossa D [mm]	Nowa krzywa D [mm]
0	0,000	0,000	0,000
2	0,960	0,010	0,721
4	1,920	0,041	1,450
6	2,880	0,091	2,187
8	3,840	0,162	2,932
10	4,800	0,251	3,686
12	5,760	0,361	4,447
14	6,720	0,489	5,216
16	7,680	0,637	5,992
18	8,640	0,803	6,776
20	9,600	0,988	7,566
22	10,560	1,191	8,364
24	11,520	1,412	9,169
26	12,480	1,651	9,980
28	13,440	1,907	10,798
30	14,400	2,181	11,622
32	15,360	2,472	12,453
34	16,320	2,780	13,290
36	17,280	3,105	14,132
38	18,240	3,447	14,981
40	19,200	3,805	15,835
42	20,160	4,179	16,695
44	21,120	4,568	17,559
46	22,080	4,974	18,430
48	23,040	5,395	19,305
50	24,000	5,831	20,185

[Opracowanie własne].



Rys. 8. Wykresy rzędnych ramy przechyłkowej na długości początkowych 50 m dla zastosowanych krzywych przejściowych [opracowanie własne]

7. Podsumowanie

Obowiązujące w Unii Europejskiej Techniczne Specyfikacje dla Interoperacyjności odnoszące się do podsystemu „Infrastruktura” w systemie szynowym wprowadzają pewne, niekiedy dość istotne modyfikacje. Jak się wydaje, warto sprawdzić, jaki wpływ wywarły nowe uwarunkowania na proces projektowania układów geometrycznych toru. Chodzi tutaj głównie o przyjmowane dopuszczalne wartości parametrów kinematycznych. Szczególną uwagę należałoby poświęcić tym kwestiom, które w TSI są traktowane w sposób ograniczony. Taka właśnie sytuacja ma miejsce w odniesieniu do krzywych przejściowych, dla których nowe przepisy projektowania pozostawiają dużą strefę dowolności. Jak należy sądzić, rozstrzygnięcie danego problemu przekazano przepisom krajowym.

W artykule zaproponowano – na podstawie przepisów unijnych i krajowych – dopuszczalne wartości parametrów kinematycznych, jakie powinny odpowiadać projektowaniu krzywych przejściowych na kolejach dużych prędkości. Rozpatrzono cały szereg przypadków, dla różnych prędkości z przedziału 250–350 km/h i przechyłki zmieniającej się od 60 mm do 180 mm. Wyznaczono minimalne wartości promieni łuków poziomych i długości krzywych przejściowych, w zależności od prędkości jazdy pociągów i przechyłki na łuku. Następnie dokonano wyboru krzywych przejściowych, które byłyby najbardziej reprezentatywne z punktu widzenia kolei dużych prędkości. Podstawę identyfikacji krzywych stanowił rozkład krzywizny na ich długości. Rozpatrzono trzy postacie krzywych przejściowych: kłotoidę (zapewniającą ciągłość wykresu krzywizny), krzywą Blossa (z wyłagodzonego wykresu krzywizny w rejonach początkowym i końcowym) i nową krzywą przejściową, opisaną równaniami parametrycznymi (26) i (27) (z wyłagodzonego wykresu krzywizny tylko w rejonie końcowym).

Kierując się wcześniej ustalonymi zasadami, określono parametry testowych układów geometrycznych, stanowiących przedmiot analizy porównawczej. Analiza ta wykazała, że w płaszczyźnie poziomej rozpatrywane układy testowe na całej swojej długości prawie się pokrywały. Można by zatem uznać, że rodzaj krzywej przejściowej nie stwarza na kolejach dużych prędkości specjalnych problemów wykonawczych. Tak jednak nie jest, gdyż występują problemy z kształtowaniem rzędnych poziomych gładkich krzywych przejściowych (takich jak krzywa Blossa) w rejonie początkowym. Kształt krzywej niewiele różni się tam od prostej (czyli kierunku głównego trasy) i w warunkach terenowych nie uda się uformować poprawnego układu geometrycznego. Analogiczne problemy pojawiają się również przy kształtowaniu rampy przechyłkowej. W przypadku krzywej Blossa wartości rzędnych rampy w rejonie początkowym są bardzo małe, z prak-

tycznego punktu widzenia wręcz niemożliwe do realizacji i późniejszego utrzymania.

Wątpliwości dotyczące możliwości stosowania gładkich krzywych przejściowych na kolejach tradycyjnych występowały m.in. w pracy [12] i stanowiły podstawę opracowania nowej postaci krzywej. Na kolejach dużych prędkości ograniczenia związane z kształtowaniem rejonu początkowego tych krzywych (zarówno w płaszczyźnie poziomej, jak również ich ramp przechyłkowych) mogą ulec zwielokrotnieniu ze względu na przyjmowane znacznie większe promienie łuków poziomych i długości krzywych przejściowych. Dlatego omawiane krzywe nie odpowiadają warunkom występującym na kolejach dużych prędkości. Warunki te spełnia niewątpliwie krzywa przejściowa w postaci kłotoidy, jednak korzystniejszą wydaje się krzywa opisana równaniami parametrycznymi (26) i (27), która w swoim rejonie końcowym zapewnia łagodniejsze przejście na łuk poziomy.

Literatura

1. Bałuch M.: *Dobór wartości parametrów kinematycznych w projektowaniu modernizacji linii kolejowych*, Problemy Kolejnictwa, zeszyt 119/1995, s. 54-70, Wydawnictwo Centrum Naukowo-Techniczne Kolejnictwa.
2. Commission Decision of 20 December 2007 concerning a technical specification for interoperability relating to the ‘infrastructure’ subsystem of the trans-European high speed rail system, Official Journal of the European Union, L 77/1, Vol. 51, 19 January 2008, Publications Office of the EU, Luxembourg.
3. Commission Decision of 26 April 2011 concerning a technical specification for interoperability relating to the ‘infrastructure’ subsystem of the trans-European conventional rail system, Official Journal of the European Union, L 126/53, Vol. 54, 14 May 2011, Publications Office of the EU, Luxembourg.
4. Commission regulation (EU) No 1299/2014 of 18 November 2014 on the technical specifications for interoperability relating to the ‘infrastructure’ subsystem of the rail system in the European Union, Official Journal of the European Union, L 356/1, Vol. 57, 12 December 2014, Publications Office of the EU, Luxembourg.
5. Commission Regulation (EU) No 1302/2014 of 18 November 2014 concerning a technical specification for interoperability relating to the ‘rolling stock – locomotives and passenger rolling stock’ subsystem of the rail system in the European Union, Official Journal of the European Union, L 356/228, Vol. 57, 12 December 2014, Publications Office of the EU, Luxembourg.

6. Esveld C.: *Developments in high-speed track design*, IABSE Symposium Report, No. 12/2003, pp. 37–45, Science Gate.
7. Guerrieri M.: *Fundamentals of railway design, Chapter: The alignment design of ordinary and high-speed railways*, Springer, 2023, pp. 21–56.
8. *High-speed rail in Poland. Advances and perspectives*, Editor: A. Żurkowski, Railway Research Institute in Warsaw, CRS Press, London, UK, 2018.
9. Hodas S.: *Design of railway track for speed and high-speed railways*, Procedia Engineering, Vol. 91/2014, pp. 256–261, Elsevier.
10. Koc W., Palikowska K.: *Assessment of dynamic properties and scope of implementing a new track transition curve*, Journal of Surveying Engineering, No. 1/2021, article ID: 04020022, American Society of Civil Engineers.
11. Koc W.: *Identification of transition curves in vehicular roads and railways*, Logistics and Transport, No. 4/2015, pp. 31–42, Międzynarodowa Wyższa Szkoła Logistyki i Transportu we Wrocławiu.
12. Koc W.: *New transition curve adapted to railway operational requirements*, Journal of Surveying Engineering, No. 3/2019, article ID: 04019009, American Society of Civil Engineers.
13. Koc W.: *Podstawowe warianty analitycznej metody projektowania układów geometrycznych toru*, Problemy Kolejnictwa – Railway Reports, zeszyt 200/2023, s. 39–53, Wydawnictwo Instytutu Kolejnictwa.
14. Korn G.A., Korn T.M.: *Matematyka dla pracowników naukowych i inżynierów*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1983.
15. Liu X., Zhao P., Dai F.: *Advances in design theories of high-speed railway ballastless tracks*, Journal of Modern Transportation, No. 3/2011, pp. 154–162, Springer Professional.
16. Mieloszyk E., Koc W.: *General dynamic method for determining transition curve equations*, Rail International – Schienen der Welt, No. 10/1991, pp. 32–40.
17. Raif L. et.al.: *Design of high-speed turnouts and crossings*, IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, No. 1/2017, pp. 1–7, IOP-science.
18. Rozporządzenie Ministra Transportu i Gospodarki Morskiej z dnia 10 września 1998 r. w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać budowlę kolejowe i ich usytuowanie, Dz.U. z 1998 r., nr 151, poz. 987.
19. Rozporządzenie Rady Ministrów z dnia 15 października 2012 r. w sprawie państwowego systemu odniesień przestrzennych (tekst jednolity), Dz.U. z 2024 r., poz. 342.
20. *Standardy Techniczne – szczegółowe warunki techniczne dla modernizacji lub budowy linii kolejowych do prędkości $V_{max} \leq 200$ km/h (dla taboru konwencjonalnego) / 250 km/h (dla taboru z wychylnym pudłem)*, PKP Polskie Linie Kolejowe S.A. / CNTK Warszawa, 2009.
21. *Standardy Techniczne – szczegółowe warunki techniczne dla modernizacji lub budowy linii kolejowych do prędkości $V_{max} \leq 250$ km/h. Tom I – Droga szynowa – Załącznik ST-T1-A6 – Układy geometryczne torów*, PKP Polskie Linie Kolejowe S.A., Warszawa 2021.
22. Wang J.: *Safety theory and control technology of high-speed train operation*, Academic Press, Published by Elsevier Inc., 2018.
23. Wang P.: *Design of high-speed railway turnouts. Theory and applications*, Academic Press, Published by Elsevier Inc., 2015.
24. Yi S.: *Dynamic analysis of high-speed railway alignment. Theory and practice*, Academic Press, Published by Elsevier Inc., 2018.
25. Yi S.: *Principles of railway location and design*, Academic Press, Published by Elsevier Inc., 2018.